$\boxed{\text{ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ}}$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$y = ax + \beta \sim N(a\mu + \beta, a^2 \cdot \sigma^2)$$

$$\alpha = \frac{1}{\sigma} \quad \& \quad \beta = -\frac{\mu}{\sigma}$$

ΤΥΠΙΚΟΣ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$Z = \frac{1}{\sigma} x - \frac{\mu}{\sigma} = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N\left(\cancel{\frac{1}{\sigma}\mu - \frac{\mu}{\sigma}}, \cancel{\frac{1}{\sigma^2} \cdot \sigma^2}\right) = (0, 1)$$

οταν $y = \lambda x + \beta \Rightarrow E(y) = \lambda E(x) + \beta$

$\& \quad Var(y) = \lambda^2 \cdot Var(x)$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Άρα, $\boxed{Z = \frac{x-\mu}{\sigma}}$

$$\Big\downarrow \text{ΤΥΠ. ΜΕΤΑΣΧΗΜ.}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-z^2/2}$$

εφόσον $X \sim N(0,1)$

Για εύρεση πιθανοτητας σε Τυπ. Κανον. κατανομή ξερουμε απο Πινακα οτι:

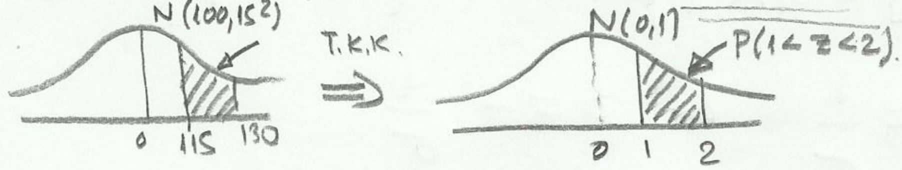
$\boxed{P(0 \le z \le z_0)}$, $z_0 > 0$

ΤΥΠΙΚΗ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Π.Χ. 1

$X \sim N(100, 15^2)$ να υπολογιστεί την $P(115 < X < 130)$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



$$P(115 < X < 130) = P\left(\frac{115-100}{15} < \frac{X-100}{15} < \frac{130-100}{15}\right) =$$

$$= P\left(1 < \frac{X-100}{15} < 2\right) = P(1 < Z < 2) =$$

$$= P(0 < Z < 2) - P(0 < Z < 1) =$$

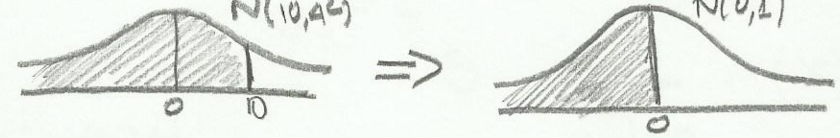
$$= 0.4772 - 0.3413 =$$

$$= 0.1359.$$

Π.Χ 2.

$X \sim N(10, 4^2)$ να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X < 10)$

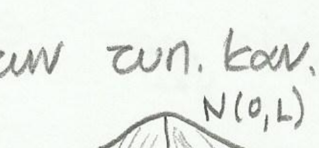
ΑΠΑΝΤΗΣΗ



$$P(X < 10) = P\left(\frac{X-10}{4} < \frac{10-10}{4}\right) = P(Z < 0) = 0.5$$

Π.Χ.3

Να βρεθεί το εμβαδόν κάτω από την τυπ. καν. κατανομή μεταξύ $Z = -1,40$ & $Z = 0$



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Άρα, $P(-1,40 < Z < 0) = P(0 < Z < 1,40) =$

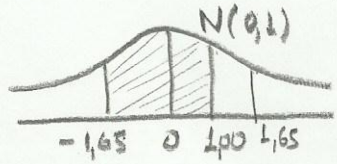
$= 0,4192.$

Είναι δυο ισεμβαδικά χωρία

Π.Χ 4

(ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΓΙΑ ΠΙΝΑΚΑ)
($P(0<Z<Z_0)$)

Να βρεθεί το εμβαδόν κάτω απο την τυποποιημένη κανονική κατανομή μεταξύ των τιμών $Z=-1,65$ και $Z=1,00$

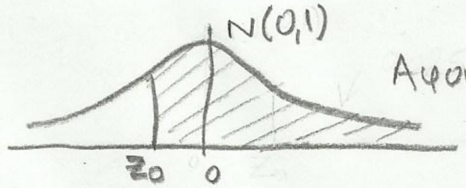


ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$P(-1,65<z<1,00) = P(1,00<z<1,65) =$$
$$= P(0<z<1,65) + P(0<z<1,00) =$$
$$= 0,4505 + 0,3413 = 0,7918.$$

Π.Χ 5

Ένα z_0 είναι τέτοιο ώστε $P(z>z_0)=0,6293$
Ποια η τιμή του z_0;



Αφου $0,6292>0,5$

ΛΥΣΗ

$$P(z>z_0) = P(0<z<\infty) + P(z_0<z<0) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0,6293 = 0,5000 + P(z_0<z<0) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow P(0<z<-z_0) = -0,5000 + 0,6293 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow P(0<z<-z_0) = 0,1293 \Rightarrow -z_0 = 0,33 \Rightarrow z_0 = -0,33$$